

DOI:10.13296/j.1001-1609.hva.2017.12.033

基于分数阶微积分变压器模型的铁磁谐振混沌系统分析

张勋康¹, 梁昊¹, 王交通¹, 韩宇超²

(1. 国网安康供电公司, 陕西 安康 725000; 2. 西安理工大学, 西安 710048)

摘要: 铁磁谐振是一种复杂的电力系统故障, 短时间内能造成电力系统设备过电压烧毁, 由于小水电的特性, 其接入可造成局部电力系统的谐振现象。为了研究铁磁谐振的触发条件以及其表现, 需要获取精确的模型, 而分数阶微积分在此具有无可比拟的优势。通过分数阶微积分建立了分数阶铁磁谐振模型, 利用混沌理论对其非线性动力学行为进行分析, 利用模拟电路仿真证明了混沌的真实存在性, 文中结果证明铁磁谐振线路在特定参数下会进入混沌状态, 对电力系统产生巨大威胁, 具有实际意义。

关键词: 铁磁谐振; 非线性电路仿真; 分数阶微积分; 动力学行为分析

Analysis on Ferroresonance Chaotic System Based on Fractional Calculus Transformer Model

ZHANG Xunkang¹, LIANG Hao¹, WANG Jiaotong¹, HAN Yuchao²

(1. State Grid Ankang Power Supply Company, Shaanxi Ankang 725000, China;
2. Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Ferroresonance is a complex power system fault, which may induce overvoltage on electric equipment in a short time to damage the equipment. In order to understand the producing condition of the ferroresonance, an accurate model is needed. Fractional calculus is superior in obtaining the model. In this paper, a fractional-order ferroresonance model is established by using fractional calculus, and its nonlinear dynamic behavior is analyzed by using chaos theory. And the existence of chaos is proved by circuit simulation. It is concluded that ferroresonance circuit will get to chaotic state under specific parameters to heavily harm the power system.

Key words: ferroresonance; nonlinear circuit simulation; fractional calculus; dynamic behavior analysis

0 引言

电力系统作为一种复杂的典型非线性系统, 具有数目庞大的非线性现象。近年来伴随着电力电子技术的迅猛发展, 其非线性开关器件在电力系统中大量涌现, 这使得非线性危险充斥系统, 再众多的威胁中, 铁磁谐振作为一种常见的非线性共振现象略为常见。铁磁谐振的本质是由于变压器、电压互感器等铁磁电感的非线性饱和引起的高幅值谐振过电压现象。当铁磁谐振发生时, 系统的电压将明显高于额

定工作电压, 造成持续时间较长的电压升高, 即谐振过电压^[1]。实际的运行经验表明, 无论在中性点接地还是不接地系统中都有大量的铁磁谐振现象出现, 并导致了过电压和过电流, 最终引起绝缘闪络、避雷管爆炸、设备损坏, 甚至造成停电事故, 严重破坏了电网的安全运行, 同时也严重威胁到人身安全^[2-6]。因此, 研究铁磁谐振过电压产生的机理及其抑制和控制, 对保证输变电网络安全运行的可靠性, 实现智能电网关键的“自愈”功能具有重要的意义^[7-8]。

在电力系统中, 铁磁谐振混沌现象是一种极为

收稿日期: 2017-07-12; 修回日期: 2017-09-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51507134); 国家电网科技项目(5226AK160006)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(51507134), National Power Grid Corp Science and Technology Project(5226AK160006).

严重的故障,在配电网系统中,由于电磁式电压互感器或者其他带有铁芯的非线性设备进入饱和状态,极容易发生铁磁谐振现象,此时电流可达到额定值百倍以上,容易烧毁设备,对电力系统造成极大的危险。从发生原理上讲,电压互感器在断路器合闸或者系统负荷变动时,都可能在系统中生成对地电容进而引发铁磁谐振混沌现象。

分数阶微积分是一种新型的数学工具,在控制领域以及系统建模中都有应用,文[9]中认为标准的整数阶元件在自然界中并不存在,对传统的电容电感元件都提出了相应的分数阶模型^[10],在随后的研究中发现,分数阶电容存在不同的阶数^[11-13]。

采用分数阶微积分将传统的整数阶铁磁谐振模型推广至分数阶,提出一种新分数阶铁磁谐振模型,利用混沌分岔理论分析其在不同参数下的铁磁谐振混沌现象。

1 分数阶微积分

分数阶微积分从理论上讲是经典整数阶微积分的拓展,在包含了整数阶微积分的优点同时也具有自己的逻辑与规则。常用的分数阶微积分定义有: Riemann-Liouville(RL)定义、Grunwald-Letnikov(GL)定义和 Caputo 定义。

Riemann-Liouville(RL)定义,形式为

$${}_a^{\text{RL}}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau. \quad (1)$$

式(1)中: t 为积分时间; τ 为变上限积分中的被积函数; α 是分数阶微积分阶数; n 为整数,且满足 $n-1 < \alpha \leq n$; a 为初值; $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数。

Grunwald-Letnikov(GL)定义为

$${}_a^{\text{GL}}D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=1}^{(t-a)/h} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh). \quad (2)$$

式(2)中: h 为步长; $\binom{\alpha}{j}$ 为二项式的系数,其具体计算方法见文[14]。

Caputo 定义的微积分形式为

$${}_a^{\text{C}}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau. \quad (3)$$

GL 定义与 RL 分数阶微积分定义是完全等效的^[15],Caputo 与 RL 的不同在于对常数求导的定义上, Caputo 定义对常数求导有界,而 RL 无界。

2 分数阶非自治铁磁谐振混沌电路

在安康供电局下属的某变电站中,连接有电磁式电压互感器,母线的母联断路器端口处有均压电

容,由此可以简化得到铁磁谐振混沌电路^[16],在整数阶铁磁谐振电路的基础上^[17],提出一个基于分数阶微积分的铁磁谐振混沌电路,其结构见图 1。图 1 中 C 为铁磁谐振混沌电路中的分数阶电容,在图 1 中采用链式结构表示; L_1 为非线性电感,流过非线性电感的电流为 i_L ,该电流与电感中磁通的关系可以表示为

$$i_L = a\phi + b\phi^n. \quad (4)$$

式(4)中, n 为非线性系数,其取值可为 3、5、7、9、11^[17]。

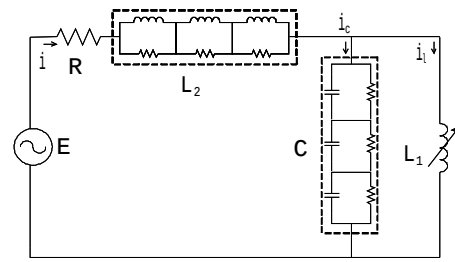


图 1 分数阶铁磁谐振混沌电路

Fig. 1 Fractional-order ferroresonance chaotic circuit

根据基尔霍夫电压方程可以得到

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = u_c \\ C \frac{d^q u_c}{dt^q} = i - i_L \\ L_1 \frac{d^q i_L}{dt^q} = E \sin(\omega t) - u_c - Ri \end{cases}. \quad (5)$$

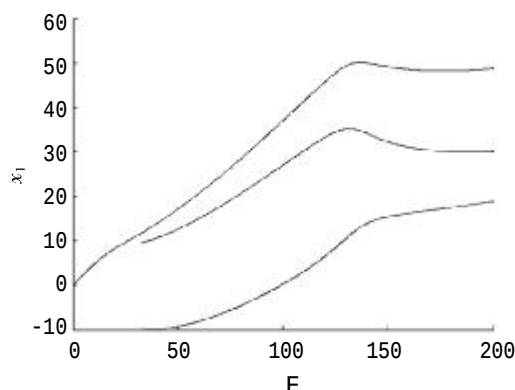
将系统状态方程进行归一化处理,可以得到归一化后的铁磁谐振混沌系统方程

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{d^q x_2}{dt^q} = \alpha [x_3 - (ax_1 + bx_1^n)] \\ \frac{d^q x_3}{dt^q} = F \sin(\tau) - \xi x_2 - \beta x_3 \end{cases}. \quad (6)$$

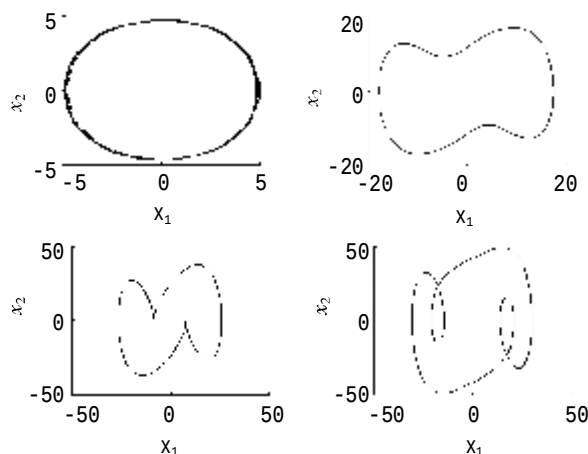
上述公式中, $\omega\alpha = \frac{1}{\omega^2 C}$, $F = \frac{E \sin(\tau)}{L_1 \omega}$, $\xi = \frac{1}{L_1}$, $\beta =$

$\frac{R}{\omega^2 C}$, 非线性电感系数 $a=2.8 \times 10^{-3}$, $b=7.2 \times 10^{-3}$ 。在仿真中保持 $\alpha=\beta=1$, $\xi=2.5$ 。文[18]中已经证明了当非线性电感次数 n 逐渐增大,抵达混沌的时间逐渐提前,在分数阶微积分的作用下,铁磁谐振混沌系统体现出了不同的动力学特性,见图 2,当设置 F 为 25 时,系统分岔图显示系统混沌状态起于 0.95 阶时,当逐渐增大 F ,系统的最小混沌阶数逐渐增大。

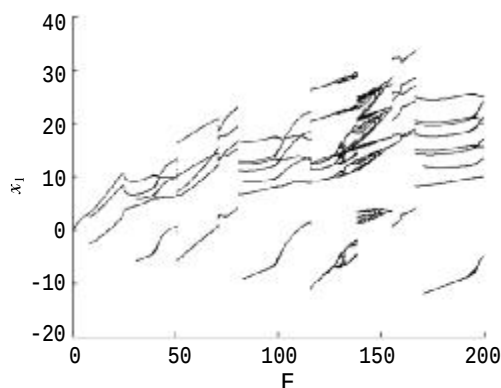
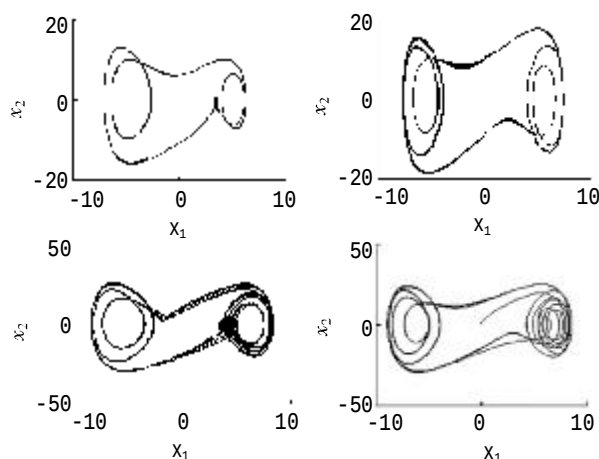
在图 2 中,当 n 等于 3 时,系统在参数 F 的变动下保持倍周期分岔状态,在图 2 可见范围内,未达到混沌状态,其在 $F=10, 50, 100, 150$ 对应的相空间轨迹见图 3。由图 3 可以看出,相空间轨迹一直在周

图2 $n=3$ 时的铁磁谐振混沌分岔图Fig. 2 Chaotic bifurcation diagram of ferroresonance when $n=3$

期态中收缩,在仿真时限内并未出现发散。

图3 $n=3$ 时的相空间轨迹图Fig. 3 Phase space trajectory when $n=3$

$n=5$ 时的铁磁谐振混沌分岔图见图4。在图4中提高电感的非线性指数,使 $n=5$,由图4可以发现,随着非线性指数的增高,系统在 $F=150$ 左右进入了混沌区域,在混沌发生后混沌系统逐渐转化为倍周期分岔,在可见范围内再无混沌现象。 $n=5$ 时的相空间轨迹图见图5。

图4 $n=5$ 时的铁磁谐振混沌分岔图Fig. 4 Chaotic bifurcation diagram of ferroresonance when $n=5$ 图5 $n=5$ 时的相空间轨迹图Fig. 5 Phase space trajectory when $n=5$

当 $n=7, 9, 11$ 时铁磁谐振混沌系统分岔图,见图6。在图6中可以看出,进一步提高 n ,铁磁谐振混沌系统进入阵发性混沌状态,对比图6中的(a)、(b)、(c)可以看出,随着分线性系数 n 的进一步提高,混沌状态发生次数在可见范围内逐渐增多,由图6(a)中的4次增加到图6(b)中的6次,在 $n=11$ 时,增加到7次。可见铁磁谐振混沌状态具有极强的参数敏感性,一旦外界参数发生改变,很有可能迅速进入混沌状态进而造成系统大范围停电。

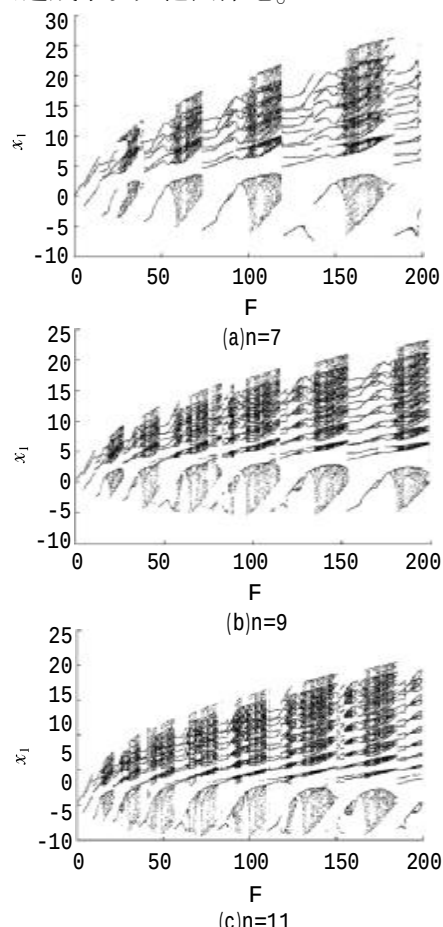


图6 铁磁谐振混沌系统分岔图

Fig. 6 Chaotic bifurcation diagram of ferroresonance

铁磁谐振混沌状态分析见图7。由图7可以看出,在分数阶铁磁谐振混沌系统中,谐波成分十分复杂,主要成分仍为奇数次谐波。不再仅仅由基频以及基数次谐波构成,对应的 x_2 相波形图

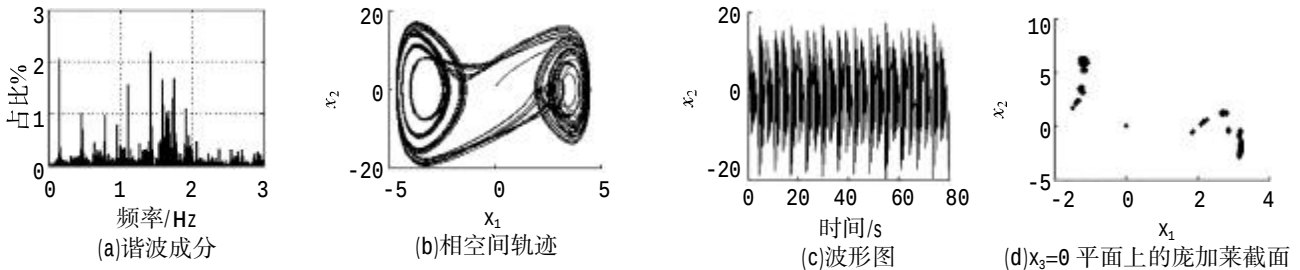


图7 铁磁谐振混沌状态分析

Fig. 7 Chaotic state analysis of ferroresonance

3 分数阶铁磁谐振模拟电路

3.1 链式分数阶单元

从文[19-20]中可知,采用链式电路可以实现分数阶微积分算子的近似,借助链式分数阶单元可以从模拟电路水平建立铁磁谐振电路,进而在贴近于实际的环境中验证混沌现象在分数阶铁磁谐振电路的存在性,见图8。

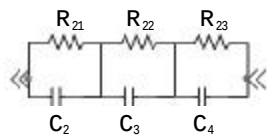


图8 链式分数阶单元

Fig. 8 Chained fractional-order element

文中的模拟电路仿真采用0.95阶,其分数阶模

也可看出不再具有周期性,相空间轨迹在空间中做自发的非周期运动,在 x_3 截面上的庞加莱截面不再是缩在两端的点,证明了其相空间运动的非周期性。

块在误差时1 dB的表达式为

$$f(s) = \frac{1}{s^{0.95}} = \frac{1.2831s^2 + 18.6004s + 2.0833}{s^3 + 18.4738s^2 + 2.657s + 0.003} \quad (7)$$

根据式(7),可以得到分数阶单元的电路参数

$$H(s) = \frac{1/C_2}{s+1/(R_{21}C_2)} + \frac{1/C_3}{s+1/(R_{22}C_3)} + \frac{1/C_4}{s+1/(R_{23}C_4)} \quad (8)$$

3.2 分数阶电路

在电路级别的仿真中,PSPICE具有十分近似于真实原件参数的仿真模型^[20],通过该软件使用模拟电路进行了验证。通过分数阶微积分搭建的铁磁谐振混沌系统的模拟电路见图9,在图9中,运算放大器采用LM741,文中采用运算放大器模拟铁磁谐振电路中的非线性电感元件。铁磁谐振混沌系统中的铁心非线性部分采用乘法器AD633进行模拟,为了保证整个模拟电路系统正常运行,所有电压值必须小于15V,为此将系统整体缩小十倍,见图10。

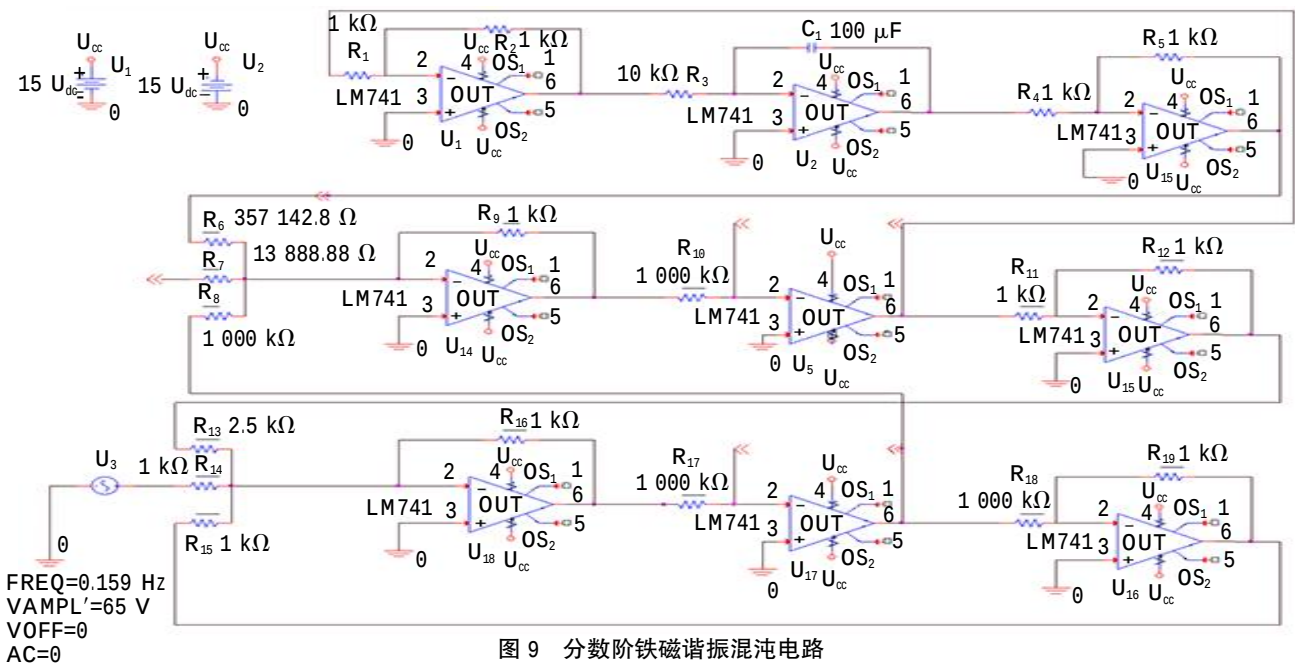


图9 分数阶铁磁谐振混沌电路

Fig. 9 Fractional order ferroresonance chaotic circuit

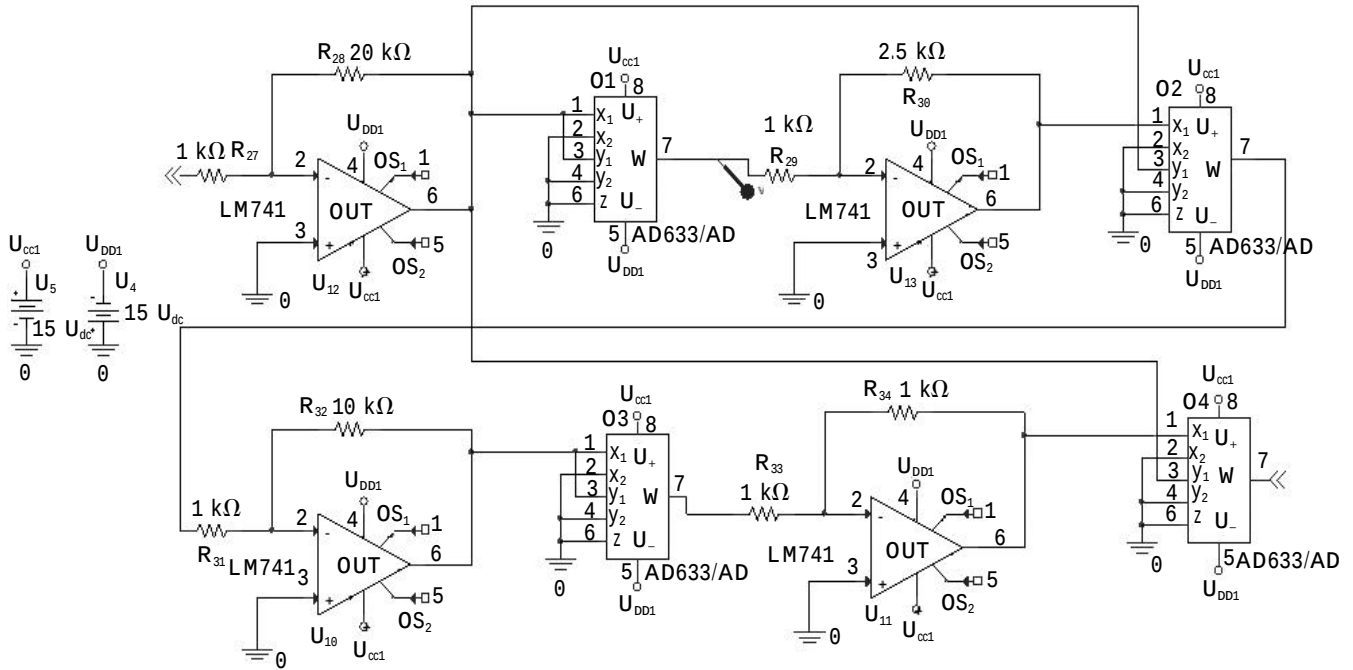
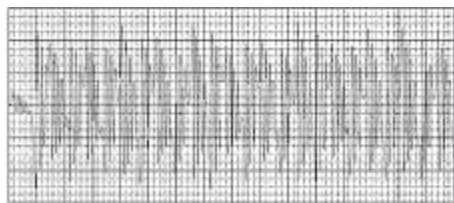


图10 铁磁谐振中的非线性电路

Fig. 10 Nonlinear circuit of ferroresonance chaotic circuit

电路中 $R_1, R_2, R_4, R_5, R_9, R_{11}, R_{12}$ 以及 R_{16}, R_{18}, R_{19} 为 $1\text{ k}\Omega$, $R_6=357\ 142.8\ \Omega$, 将图8的分数阶微积分单元通过页面间连接符进行连接, 实现对于图6所示系统最后的积分。在仿真控制器中设定仿真时间为 100 s , 设置仿真参数与图7中的参数保持一致, 进行对比, 得到仿真结果见图11。



(a)时域波形图

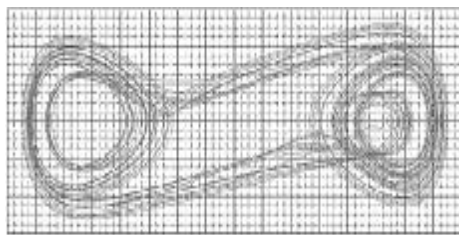
(b) x_1-x_2 空间相图

图11 模拟电路仿真结果

Fig. 11 Simulation result

图11(a)中时域波形明显不具有周期性, (b)中的 x_1-x_2 相图在空间中做无规则运动, 仿真时限内没有收敛, 证明模拟电路中的铁磁谐振混沌系统进入了混沌状态, 可以看出图11中模拟电路的混沌状态与图7中略有差异, 这时由于实际元件无法工作于理想状态所致。

4 结语

利用分数阶微积分理论建立了基于分数阶微积分的铁磁谐振混沌电路, 通过分析电力系统铁磁谐振的混沌行为证明了在一定的外部故障条件的作用下, 电力系统会迅速进入铁磁谐振混沌状态, 在此状态的影响下, 系统会遭受过电压等一系列影响, 并且系统中的谐波成分复杂, 但仍然以奇数次谐波为主。由于实际系统中铁磁谐振混沌现象往往在短暂出现后就伴随保护动作或者故障损毁, 往往无法记录, 通过模拟电路证明了铁磁谐振混沌现象的存在性, 从而证明了此现象在实际系统的真实存在性。

参考文献:

- [1] 陈维贤. 内部过电压基础[M]. 北京: 电子工业出版社, 1981.
CHEN Weixian. Internal overvoltage foundation[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 1981.
- [2] 宋执诚. 高电压技术[M]. 北京: 水利电力出版社, 1995.
SONG Zhicheng. High voltage engineering[M]. Beijing: Water Conservancy and Electric Power Press, 1995.
- [3] 王锡凡. 电力工程基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.
WANG Xifan. Basic of power engineering[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1998.
- [4] TSAO T P, NINE C C. Analysis of ferroresonant overvoltages at maanshan nuclear power station in Taiwan[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21(2):1006-1012.

- [5] 焦瑾. 南京供电公司铁磁谐振事故分析[J]. 高电压技术, 2004, 30(8): 68-69.
JIAO Jin. Nanjing power supply company of ferromagnetic resonance overvoltage accidents and prevention[J]. High Voltage Engineering, 2004, 30 (8): 68-69.
- [6] 刘连睿. 电磁式电压互感器铁磁谐振事故分析及措施[J]. 华北电力技术, 2001(10): 47-49.
LIU Lianrui. Analysis and measures of ferroresonance accident of electromagnetic voltage transformer[J]. North China Electric Power, 2001(10): 47-49.
- [7] 陈树勇, 宋书芳, 李兰欣, 等. 智能电网技术综述[J]. 电网技术, 2009, 33(8): 1-7.
CHEN Shuyong, SONG Shufang, LI Lanxin, et al. Overview of smart grid technology[J]. Power Grid Technology, 2009, 33 (8): 1-7.
- [8] 张文亮, 刘壮志, 王明俊, 等. 智能电网的研究进展及发展趋势[J]. 电网技术, 2009, 33(13): 1-11.
ZHANG Wenliang, LIU Zhuangzhi, WANG Mingjun, et al. Research progress and development trend of smart grid [J]. Power System Technology, 2009, 33(13): 1-11.
- [9] 杜丁香, 徐玉琴. 配电网谐振接地方式的探讨[J]. 电力自动化设备, 2001, 21(12): 54-56.
DU Dingxiang, XU Yuqin. Discussion of resonance grounding mode in distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2001, 21(12): 54-56.
- [10] JONSCHER A K. Dielectric relaxation in solids[J]. Journal of Physics D-Applied Physics, 1999, 32(14): 57-70.
- [11] WESTERLUND S, EKSTAM L. Capacitor theory [J]. IEEE Transactions on Dielectrics & Electrical Insulation, 2002, 1(5): 826-839.
- [12] HABA T C, ABLART G, CAMPS T, et al. Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2005, 24(2): 479-490
- [13] WAN F Q, MA X K. Transfer function modeling and analysis of the open-loop buck converter using the fractional calculus[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(3): 232-239.
- [14] IGOR P. Fractional differential equations[J]. Academic Press Inc San Diego CA, 1999, 28(2): 2.
- [15] MAINARDI F. Fractional calculus[C]//Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics. Springer-Verlag, Wien and New York, 1997: 291-348.
- [16] 刘凡, 孙才新, 司马文霞, 等. 铁磁谐振过电压混沌振荡的理论研究[J]. 电工技术学报, 2006, 21(2): 103-107.
LIU Fan, SUN Caixin, SIMA Wenxia, et al. Theoretical study on chaotic resonance of ferroresonance overvoltage [J]. Transactions of the Electrotechnical Society, 2006, 21 (2): 103-107.
- [17] 惠萌, 刘盼芝, 白磷, 等. 非自治铁磁谐振电路过电压脉冲时滞同步抑制方法研究[J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(6): 55-59.
HUI Meng, LIU Panzhi, BAI Lin, et al. The non autonomous ferroresonance overvoltage pulse delay circuit synchronous suppression method[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(6): 55-59.
- [18] YANG Ningning, HAN Yuchao, WU Chaojun, et al. Dynamic analysis and fractional-order adaptive sliding mode control for a novel fractional-order ferroresonance system [J]. Chinese Physics B, 2017, 26(8): 080503.
- [19] YANG N, LIU C. A novel fractional-order hyperchaotic system stabilization via fractional sliding-mode control[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 74(3): 721-732.
- [20] WU C, SI G, ZHANG Y, et al. The fractional-order state-space averaging modeling of the buck-boost DC/DC converter in discontinuous conduction mode and the performance analysis[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 79(1): 689-703.

张勋康(1963—), 男, 高级工程师, 工程硕士, 从事从事电力系统故障分析工作。

(上接第 201 页)

- WU Ronghua, WANG Tianshi, HOU Baoming. The power quality disturbance detection and classification method based on EMD[J]. Journal of Liaoning Shihua University, 2013, 33(2): 63-66.
- [16] 陈晓静, 李开成, 肖剑, 等. 一种实时电能质量扰动分类方法[J]. 电工技术学报, 2017(32): 45-55.
CHEN Xiaojing, LI Kaicheng, XIAO Jian, et al. A method of real-time power quality disturbance classification [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017 (32): 45-55.
- [17] HUANG G B, ZHU Q Y, SIEW C K. Extreme learning machine: Theory and applications[J]. Neurocomputing, 2006(70): 489-501.
- [18] HUANG G B, LEI C K, SIEW C K. Universal approximation using incremental constructive feedforward networks with random hidden nodes[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2006, 17(4): 879-892.
- [19] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, Australia: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [20] ROBINSON J, RAHMAT-SAMII Y. Particle swarm optimization in electromagnetics[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(2): 397-407.
- [21] 袁海满, 吴广宁, 高波. 基于 DGA 的粒子群极限学习机电力变压器故障诊断[J]. 高压电器, 2016, 52(11): 176-180.
YUAN Haiman, WU Guangning, GAO Bo. Fault diagnosis of power transformer using particle swarm optimization and extreme learning machine based on DGA[J]. High Voltage Apparatus, 2016, 52(11): 176-180.
- 尹志勇(1979—), 男, 博士, 讲师, 主要从事装备电力系统电能质量扰动分析等方面的研究工作。